

Mladá veda

Young Science

Asociácia doktorandov Slovenska
Determinanty pracovnej mobility na Slovensku
Úvod do problematiky nákupných centier

Mladá veda

Young Science

MEDZINÁRODNÝ VEDECKÝ ČASOPIS MLADÁ VEDA / YOUNG SCIENCE

Číslo 8, ročník 5., vydané v decembri 2017

ISSN 1339-3189

Kontakt: info@mladaveda.sk, tel.: +421 908 546 716, www.mladaveda.sk

Fotografia na obálke: Pltník v Pieninách. © Branislav A. Švorc, foto.branisko.at

REDAKČNÁ RADA

doc. Ing. Peter Adamišín, PhD. (Katedra environmentálneho manažmentu, Prešovská univerzita, Prešov)

doc. Dr. Pavel Chromý, PhD. (Katedra sociálnej geografie a regionálneho rozvoje, Univerzita Karlova, Praha)

prof. Dr. Paul Robert Magocsi (Chair of Ukrainian Studies, University of Toronto; Royal Society of Canada)

Ing. Lucia Mikušová, PhD. (Ústav biochémie, výživy a ochrany zdravia, Slovenská technická univerzita, Bratislava)

doc. Ing. Peter Skok, CSc. (Ekomos s. r. o., Prešov)

prof. Ing. Róbert Štefko, Ph.D. (Katedra marketingu a medzinárodného obchodu, Prešovská univerzita, Prešov)

prof. PhDr. Peter Švorc, CSc., predseda (Inštitút histórie, Prešovská univerzita, Prešov)

doc. Ing. Petr Tománek, CSc. (Katedra verejnej ekonomiky, Vysoká škola báňská - Technická univerzita, Ostrava)

REDAKCIA

PhDr. Magdaléna Keresztesová, PhD. (Fakulta stredoeurópskych štúdií UKF, Nitra)

Mgr. Martin Hajduk (Inštitút histórie, Prešovská univerzita, Prešov)

RNDr. Richard Nikischer, Ph.D. (Ministerstvo pro místní rozvoj ČR, Praha)

Mgr. Branislav A. Švorc, PhD., šéfredaktor (Vydavateľstvo UNIVERSUM, Prešov)

PhDr. Veronika Trstianska, PhD. (Ústav stredoeurópskych jazykov a kultúr FSŠ UKF, Nitra)

Mgr. Veronika Zuskáčová (Geografický ústav, Masarykova univerzita, Brno)

VYDAVATEĽ

Vydavateľstvo UNIVERSUM, spol. s r. o.

www.universum-eu.sk

Javorinská 26, 080 01 Prešov

Slovenská republika

© Mladá veda / Young Science. Akékoľvek šírenie a rozmnožovanie textu, fotografií, údajov a iných informácií je možné len s písomným povolením redakcie.

EXPERIMENTÁLNÍ PŘÍSTUP PŘI VYUČOVÁNÍ STŘEDOŠKOLSKÉ MATEMATIKY

EXPERIMENTAL APPROACH IN TEACHING HIGH SCHOOL MATHEMATICS

Karel Antoš¹

Autor působí jako doktorand na Fakultě přírodních věd Univerzity Jana Evangelisty Purkyně v Ústí nad Labem. Ve svém výzkumu se zabývá využitím výzkumného přístupu ve výuce matematiky.

The author works as a doctoral student at the Faculty of Natural Sciences of the University of Jan Evangelista Purkyně in Ústí nad Labem. In his research, he explores the research approach in teaching mathematics.

Abstrakt

Experimentování je důležitou metodou při zkoumání různých problémů v celé řadě přírodovědných disciplín. V matematice je můžeme využít, když před námi stojí nějaký nový problém, ke kterému dosud neznáme nějaký obvyklý postup řešení, nebo nevíme, jestli ten problém vůbec řešení má. Ve školské matematice se žáci mohou s experimentováním seznamovat tak, že pomocí něj sami mohou novou látku objevovat a tím se stát spoluvůrci vyučovacího procesu. Činnost učitele tkví ve výběru a sestavení potřebných učebních úkolů, a postupně by měl umět přiměřeně zvyšovat složitost řešených problémových úkolů. Učitel musí kontrolovat celý průběh práce, napomáhat žákům, když si nebudou vědět rady či se odkloní od správného řešení, musí ověřovat výsledky a organizovat jejich hodnocení. Úkoly použité při experimentální metodě mohou být různě dlouhé, časově náročné i obtížné, vždy s ohledem na schopnosti žáků. Využití experimentální metody je zde demonstrováno na řešení několika problémů, vhodných k zařazení do výuky středoškolské matematiky.

Klíčová slova: experimentování, problém, strategie, posloupnost, přirozená čísla, hypotéza

Abstract

Experimentation is an important method in exploring various issues across a range of science disciplines. In mathematics, we can use them when there is a new problem ahead of us, to which we do not yet know some common practice, or we do not know if the problem has solution at all. In school mathematics, pupils can learn about experimentation by using them to discover the new substance themselves and thus to become co-authors of the teaching process. The teacher's activity lies in choosing and compiling the necessary learning tasks,

¹ Adresa pracoviště: Ing. Bc. Karel Antoš, Fakulta přírodních věd Univerzity Jana Evangelisty Purkyně v Ústí nad Labem

E-mail: antos.vste@seznam.cz

and should gradually improve the complexity of the problem solving. The teacher has to check the whole course of the work, help the pupils, when they do not know the advice or deviate from the right solution, has to verify the results and organize their evaluation. The tasks used in the experimental method can be different, time consuming and difficult, always with respect to the pupils' abilities. The use of the experimental method is demonstrated here to solve several problems suitable for inclusion in secondary school mathematics.

Key words: experimentation, problem, strategy, sequence, natural numbers, hypothesis

Úvod

Při výuce středoškolské matematiky může učitel používat různých metod, při kterých vyučovací proces řídí buď sám učitel, nebo při kterých se na něm do určité míry aktivně podílejí sami žáci. Metoda, při níž žák samostatně objevuje poznatky, jimž se má naučit, a tento proces objevování sám řídí, se nazývá vědecko-výzkumná. Většina metod používaných ve škole při prezentaci učiva však využívá prvků z obou těchto krajních metod. Tedy určitou roli učitele a současně s tím větší aktivní účast žaka. Těmto metodám říkáme heuristické metody výuky. Při výuce vedené heuristickou metodou se tedy žák aktivně spolupodílí na hledání, objevování poznatků, jimž se má učit.

Matematické objevování patří do heuristických metod výuky. Při matematickém objevování lze použít celé řady heuristických strategií. Tyto strategie jsou nástroje, které pomáhají při hledání cesty k cíli. Pomocí heuristických úvah objevujeme řešení předložených problémů.

Heuristických strategií je celá řada. Při zadaném problému volíme tu, která je danému problému nejbližší a vede k řešení problému co nejpřirozenější cestou.

Podle [4] má problém má tři hlavní složky:

1. Výchozí situace
2. Cíl, kterého chceme dosáhnout
3. Cesta od výchozí situace k cíli



Obr. 1: Schéma řešení problému

Průběh tohoto procesu by mohl schematicky vypadat následujícím způsobem:

Matematická situace (problém) → experimentování → hypotéza → ověření
→ důkaz (odpověď).

V procesu řešení problému je nutno určit, jak se problém dá řešit, určit strategii řešení problému, vyslovit hypotézu a tuto dokázat. Po důkazu se z počáteční hypotézy stává matematická věta.

Důležitou částí procesu řešení problému je podle [4] experimentování. Experimentování je podle předchozího schématu druhým krokem v celém procesu. Při experimentování se snažíme do problému proniknout a ukázat k němu řešení. Pod pojmem experimentování si můžeme představit celou řadu strategií, které volíme podle charakteru a podstaty problému, který máme řešit [7].

Velkou roli ve fázi řešení problému tedy hraje strategie experimentování, a to experimentování systematické a nesystematické. Do nesystematického experimentování budeme řadit metodu pokus-omyl nebo metodu odhad – ověření – oprava.

Při experimentování ve třídě s žáky bude hrát velkou roli připravenost této výukové metody pro žáky, jejich motivace, a v neposlední řadě jejich dřívější zkušenost s touto metodou. To je důležité, protože pokud pomocí experimentování už dokázali dříve nějaké problémy vyřešit, další podobné problémy už budou schopni řešit do větší míry sami [8].

Popsaný proces řešení problému si ukážeme na několika příkladech, ve kterých budeme řešit zadané problémy s využitím experimentování. Ukážeme si celý proces řešení problému, počínajíc experimentováním až po ověření hypotézy pomocí důkazu [3]. Důležitou fází v tomto procesu bude experimentování, které nám pomůže nalézt řešení problému. Při experimentování můžeme použít celou řadu strategií, nejčastěji se uchýlíme k systematickému experimentování, při kterém postupujeme podle nějaké zákonitosti, tak, že se postupně v každém kroku blížíme k hledanému cíli. Výsledky přitom můžeme zapisovat do tabulky.

Ukázky využití experimentování při řešení různých matematických problémů

Problém 1

V tomto problému je nutné žáky nasměrovat k tomu, aby si všimli, že příslušný součet sudých čísel se dá vyjádřit ze vztahu k počtu těchto čísel. V následném důkazu je třeba znalost matematické indukce [2].

Zadání: Zkoumejte součty několika po sobě jdoucích sudých přirozených čísel, např. sečtením prvních tří dostaneme: $2 + 4 + 6 = 12$

Řešení: začneme experimentovat, abychom objevili nějaké pravidlo pro součet sudých přirozených čísel.

Experimentování:

$$2 + 4 = 6 = 2 \cdot 3$$

$$2 + 4 + 6 = 12 = 3 \cdot 4$$

$$2 + 4 + 6 + 8 = 20 = 4 \cdot 5$$

$$2 + 4 + 6 + 8 + 10 = 30 = 5 \cdot 6$$

Při experimentování záleží na zkušenosti, kolik součtů musíme provést, abychom objevili nějakou zákonitost. Pokud jí objevíme, stanovíme hypotézu.

Hypotéza: sečtením prvních n po sobě sudých čísel dostaneme číslo $n(n + 1)$.

Hypotéza zapsaná matematicky: $(\forall n \in \mathbb{N})(2 + 4 + 6 + \dots + k_n = n(n + 1))$, kde k_n je n -té sudé číslo.

Tuto hypotézu musíme dále dokázat.

Důkaz: pomocí matematické indukce

1. Dokážeme, že hypotéza platí pro $n = 1$

- platí, protože $1 = 1^2 = n^2$

2. Dokážeme, že když vztah platí pro číslo n , tak potom platí i pro číslo $n + 1$

$$(\forall n \in \mathbb{N})(2 + 4 + 6 + \dots + k_n = n(n + 1) \Rightarrow 2 + 4 + 6 + \dots + k_n + k_{n+1} = (n + 1)(n + 2))$$

Využijeme znalosti, že $(n + 1)$ – té číslo můžeme zapsat ve tvaru $(2n + 2)$, kde n je přirozené číslo.

Nechť n je určité přirozené číslo ≥ 1 , pro které platí indukční předpoklad. Pak platí, že:
 $2 + 4 + 6 + \dots + k_n + k_{n+1} = (2 + 4 + 6 + \dots + k_n) + k_{n+1} = n(n+1) + (2n+2) =$
 $n^2 + n + 2n + 2 = n^2 + 3n + 2 = (n+1)(n+2)$

Tím jsme dokázali uvedenou hypotézu a daná věta platí.

Nyní můžeme hypotézu přejmenovat na větu.

Věta:

$(\forall n \in \mathbb{N})(2 + 4 + 6 + \dots + k_n = n(n+1))$, kde k_n je n -té sudé číslo

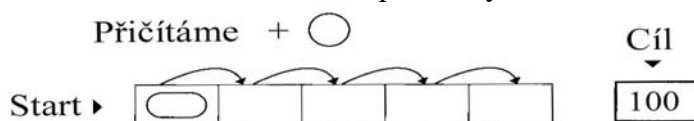
Experimentování při počítání v tabulkách

Pokusíme se ukázat experimentování při počítání v tabulkách. Převzato z [4]. Dá se zde velmi vhodně využít tabulkový procesor, ale ten ne vždy má vyučující matematiky při hodině k dispozici. Při hodině matematiky však můžeme využít počítání v jednoduchých tabulkách, systematicky hledat řešení a výsledky zobecnit.

Problém 2:

Sestavíme si tabulku jako například v následujícím schématu (obr. 2). Vlevo je číslo startovní a nad ním si zadáme číslo „přičítací“. Číslo v dalších čtyřech rámečcích jsou vypočítávána postupným přičítáním „přičítacího“ čísla k číslu startovnímu. Číslo ve všech pěti rámečcích sečteme a dostaneme tak konečný výsledek (cíl). Ve výsledku sečteme tedy pět čísel.

Která přirozená čísla mohou být přičítaným a startovním číslem, abychom získali cílové číslo 100? Kolik má úloha řešení v množině $\mathbb{N}$ všech přirozených čísel?



Obr. 2

Řešení: Začneme **experimentováním**.

Označme si startovní číslo s a přičítané číslo p . Pokud za s dosadíme, např. číslo 5, a za p číslo 4, dostaneme cílové číslo 65. Dvojice (5, 4) tedy není řešením. Budeme proto v experimentování pokračovat.

+ 4					
5	9	13	17	21	65

Obr. 3

Máme minimálně dvě možnosti: experimentovat náhodně nebo systematicky. Budeme-li experimentovat náhodně, je naděje, že po určité době objevíme nějaké řešení. Je však málo pravděpodobné, že takto objevíme všechna řešení. Budeme-li experimentovat systematicky, je velmi pravděpodobné, že objevíme všechna řešení. Zvolme proto **systematické experimentování**.

² Do množiny $\mathbb{N}$ zde počítáme i číslo 0.

Chceme-li postupovat systematicky a objevit nějakou zákonitost, je vhodné, když budeme měnit pouze jedno ze dvou zadávaných čísel. Rozhodněme se pro přičítané číslo p . V prvním experimentu bylo $p = 4$. Zvětšíme-li ho o 1, dostaneme (viz obr. 4):

+ 5					
5	10	15	20	25	75

Obr. 4

Číslo (5, 5) opět nejsou řešením. Zvětšíme-li číslo p opět o 1, je $s = 5$ a $p = 6$. Dostaneme (viz obr. 5):

+ 6					
5	11	17	23	29	85

Obr. 5

Můžeme udělat ještě několik experimentů. Prohlédneme-li si výsledky, vidíme, že pokud zvětšíme číslo p o 1, zvětší se cílové číslo o 10. To už je významný objev (**hypotéza 1**). Nyní zkusíme změnit startovní číslo s . Vraťme se k prvnímu experimentu (viz obr. 3). Zvětšíme-li číslo s o 1, tzn. $s = 6$, dostaneme (viz obr. 6):

+ 4					
6	10	14	18	22	70

Obr. 6

Dvojice (6, 4) není řešením. Zvětšíme-li číslo s opět o 1, tzn. $s = 7$, dostaneme (viz obr. 7):

+ 4					
7	11	15	19	23	75

Obr. 7

Prohlédneme-li si výsledky (viz obr. 2, 5, 6), vidíme, že pokud zvětšíme číslo s o 1, zvětší se cílové číslo o 5. Můžeme stanovit **hypotézu 2**.

Nyní již můžeme odhadnout nějaké řešení. Vezmeme-li např. dvojici $(s, p) = (6, 4)$, víme, že cílové číslo bylo 70 (viz obr. 5). Zvětšíme-li tedy např. číslo p o 3, zvětší se cílové číslo o $3 \cdot 10 = 30$. Cílové číslo by tak mělo být 100. Přezkoušíme pro $(s, p) = (6, 7)$ (viz obr. 8):

+ 7					
6	13	20	27	34	100

Obr. 8

Pomocí získaného řešení (6, 7) a pomocí výše uvedených dvou objevů (zvětší-li se p o 1, zvětší se cílové číslo o 10 a zvětší-li se s o 1, zvětší se cílové číslo o 5) můžeme nyní vytvořit další řešení. Budeme-li tedy zvětšovat číslo p o 1, musíme číslo s zmenšovat o 2. Další řešení by proto měla být (4, 8), (2, 9), (0, 10). Budeme-li naopak číslo p o 1 zmenšovat, musíme číslo s o 2 zvětšovat. Dostaneme tak dvojice (8, 6), (10, 5), (12, 4), (14, 3), (16, 2), (18, 1) a (20, 0). Získaná řešení můžeme pro přehlednost vložit do tabulky (viz tab. 1). Zadaný problém tedy má celkem 11 řešení.

s	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
p	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

Tabulka 1

Odpověď:

Úloha má celkem 11 řešení takových, kde startovací a přičítací číslo splňují uvedenou podmínku.

Počet úhlopříček v n -úhelníku

V tomto problému je třeba, aby studenti znali, co to jsou n -úhelníky. Obtížné bude najít a upravit rozklad vyjadřující vztah mezi počtem vrcholů a úhlopříček v daném n -úhelníku [1].

Problém 3: Najděte vzorec pro počet úhlopříček v n -úhelníku.

Experimentování:

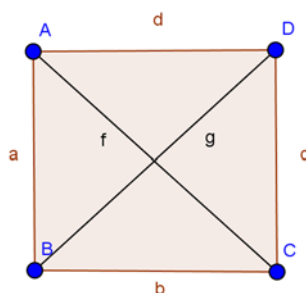
Úhlopříčky v n -úhelníku jsou úsečky, které spojují nesousední vrcholy. Budeme uvažovat mnohoúhelníky pro $n > 3$.

Experimentování:

Sestrojíme několik mnohoúhelníků.

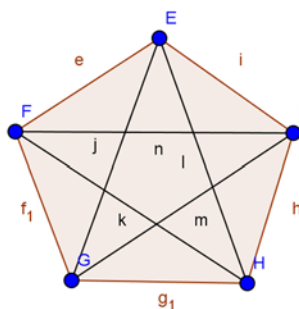
1. Pro počet vrcholů $n = 4$.

Počet úhlopříček je $q = 2$.



2. Pro počet vrcholů $n = 5$.

Počet úhlopříček je $q = 5$.



Provedeme několik dalších experimentů, výsledky zapíšeme do tabulky a zobecníme počet úhlopříček q obecného n -úhelníku pro n vrcholů.

Pro $n = 4, 5, 6, 7$ určíme počet úhlopříček q a zapíšeme je do tabulky. Pokusíme se určit závislost mezi q a n tak, aby se vztah dal zobecnit. Tento krok bude patrně pro studenty obtížný, a studenti budou potřebovat určitou míru pomoci od učitele.

n	q	rozkład	Upravený rozklad
4	2	$4 : 2 = 2$	$4 : 2 = 4 \cdot 1 : 2 = 2$
5	5	$10 : 2 = 5$	$10 : 2 = 5 \cdot 2 : 2 = 5$
6	9	$18 : 2 = 9$	$18 : 2 = 6 \cdot 3 : 2 = 9$
7	14	$28 : 2 = 14$	$28 : 2 = 7 \cdot 4 : 2 = 14$
n			$q = n \cdot (n - 3) / 2$

Tabulka 2

Tak jsme vyslovili hypotézu pro počet úhlopříček obecného n -úhelníku.

Důkaz: Necht' je dán n -úhelník. Uvažujme jeden jeho vrchol. Z tohoto vrcholu vychází. Úhlopříčka vede do každého vrcholu kromě jeho sousedů a jeho samotného. To jsou 3 vrcholy. Proto úhlopříčky vedou do $n - 3$ vrcholů. Protože každá úhlopříčka spojuje dva vrcholy, je započítána dvakrát. Proto platí $q = n \cdot (n - 3) / 2$. Proto budeme uvažovat mnohoúhelníky pro $n > 3$.

Odpoověď: Počet úhlopříček v n -úhelníku je $q = n \cdot (n - 3) / 2$.

Fibonacciho posloupnost

Fibonacciho posloupností se v matematice označuje nekonečná posloupnost přirozených čísel, jejíž první členy vypadají takto: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21,

Platí pro ni, že od třetího členu je každé číslo součtem dvou předchozích.

Členy posloupnosti budeme označovat písmeny F s indexem označujícím pořadí tohoto čísla. Tzn.

$$F_1 = 1, F_2 = 1, F_3 = 2, F_4 = 3, F_5 = 5, F_6 = 8$$

Pro první dva členy posloupnosti platí, že $F_1 = F_2 = 1$. Od třetího členu bude platit vzorec:

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}, \text{ kde } n \geq 3,$$

Tento vzorec se označuje jako Fibonacciho pravidlo.

Tato posloupnost má mnoho zajímavých vlastností a pomocí zkoumání se můžeme některé z nich pokusit objevit.

Posloupnost je tedy zadána takto:

$$F_1 = F_2 = 1 \wedge F_n = F_{n-2} + F_{n-1} \text{ pro } n \geq 3$$

Problém 4:

Součty Fibonacciho čísel

V tomto problému bude nutné, aby vyučující se schematickým postupem systematického experimentování. Obtížné bude a bude vyžadovat pomoc učitele, aby ukázal, že existuje vztah mezi získanými výsledky a Fibonacciho čísly.

Zadání: Zkoumejte součty několika prvních Fibonacciho čísel, např.

$$1 + 1 + 2 + 3 = 7$$

Řešení: Použijeme systematické experimentování, kde budeme v jednotlivých krocích sčítat po sobě jdoucí Fibonacciho čísla.

Systematické experimentování:

$$F_1 + F_2 = 1 + 1 = 2$$

$$F_1 + F_2 + F_3 = 1 + 1 + 2 = 4$$

$$F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = 1 + 1 + 2 + 3 = 7$$

$$F_1 + F_2 + F_3 + F_4 + F_5 = 1 + 1 + 2 + 3 + 5 = 12$$

$$F_1 + F_2 + F_3 + F_4 + F_5 + F_6 = 1 + 1 + 2 + 3 + 5 + 8 = 20$$

Platí také $F_1 = 1 = F_2$

V dalším kroku experimentování porovnáme získané součty s Fibonacciho čísly.

$$F_1 + F_2 = 1 + 1 = 2 = F_4 - 1$$

$$F_1 + F_2 + F_3 = 1 + 1 + 2 = 4 = F_5 - 1$$

$$F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = 1 + 1 + 2 + 3 = 7 = F_6 - 1$$

$$F_1 + F_2 + F_3 + F_4 + F_5 = 1 + 1 + 2 + 3 + 5 = 12 = F_7 - 1$$

$$F_1 + F_2 + F_3 + F_4 + F_5 + F_6 = 1 + 1 + 2 + 3 + 5 + 8 = 20 = F_8 - 1$$

Platí také $F_1 = 1 = F_2 = F_3 - 1$

Všimneme si, že existuje vztah mezi získanými výsledky a Fibonacciho čísly. Tento vztah můžeme zobecnit a vyslovit následující hypotézu.

Hypotéza 1:

Pro všechna přirozená čísla n platí:

$$F_1 + F_2 + F_3 + \dots + F_n = F_{n+2} - 1$$

Nyní musíme tuto hypotézu dokázat. Pokud bychom hypotézu nedokázali, mohli bychom ji ověřit na několika dalších případech, např. pro $n = 7, 8, 9$.

Hypotézu můžeme ověřit např. pro $n = 7, 8, 9$.

Dostaneme:

$$F_1 + F_2 + F_3 + F_4 + F_5 + F_6 + F_7 = 1 + 1 + 2 + 3 + 5 + 8 + 13 = 33 = F_9 - 1$$

$$F_1 + F_2 + F_3 + F_4 + F_5 + F_6 + F_7 + F_8 = 1 + 1 + 2 + 3 + 5 + 8 + 13 + 21 = 54 = F_{10} - 1$$

$$F_1 + F_2 + F_3 + F_4 + F_5 + F_6 + F_7 + F_8 + F_9 = 1 + 1 + 2 + 3 + 5 + 8 + 13 + 21 + 34 = 88 = F_{11} - 1$$

Důkaz lze provést např. výpočtem nebo matematickou indukcí.

Důkaz 1: provedeme důkaz hypotézy výpočtem

Pomocí Fibonacciho pravidla budeme vyjadřovat všechny členy od prvních třech.

Platí $F_n = F_{n-2} + F_{n-1}$, kde $n \geq 3$

úpravou dostaneme: $F_{n-2} = F_n - F_{n-1}$ pro $n \geq 3$

Nyní vyjádříme postupně jednotlivé členy:

$$F_1 = F_3 - F_2$$

$$F_2 = F_4 - F_3$$

$$F_3 = F_5 - F_4$$

—

—

—

—

$$F_{n-1} = F_{n+1} - F_n$$

$$F_n = F_{n+2} - F_{n-1}$$

$$F_1 + F_2 + F_3 + \dots + F_n = F_{n+2} - F_2 = F_{n+2} - 1$$

Nyní rovnosti sečteme. Na levé straně dostaneme požadovaný součet. Na pravé straně se členy F_i a $-F_i$ postupně vyruší ($F_3 - F_3, F_4 - F_4, \dots$), a tím se výraz zjednoduší až na požadovaný tvar.

Výpočtem jsme hypotézu dokázali a tato hypotéza tedy platí.

Nyní můžeme vyslovit důkaz hypotézy ještě pomocí matematické indukce.

Důkaz 2: pomocí matematické indukce

a) Dokážeme, že vzorec platí pro $n = 1$

To platí, protože jsme již dříve zjistili, že platí: $F_1 = 1 = F_3 - 1$

b) Nyní musíme dokázat, že když vzorec platí pro $n \geq 1$, pak platí i pro $n + 1$

$(\forall n \in \mathbb{N}) (F_1 + F_2 + F_3 + \dots + F_n = F_{n+2} - 1 \Rightarrow F_1 + F_2 + F_3 + \dots + F_n + F_{n+1} = F_{n+3} - 1)$

Nechť n je libovolné přirozené číslo, pro něž platí indukční předpoklad, pak:

$$F_1 + F_2 + F_3 + \dots + F_n + F_{n+1} = (F_1 + F_2 + F_3 + \dots + F_n) + F_{n+1} = (F_{n+2} - 1) + F_{n+1} = F_{n+3} - 1$$

Zde využijeme dřívější znalosti, že: $(F_1 + F_2 + F_3 + \dots + F_n) = (F_{n+2} - 1)$

a Fibonacciho pravidla, kde platí: $F_{n+2} + F_{n+1} = F_{n+3}$

Tedy i matematickou indukcí jsme zde dokázali, že hypotéza platí a přejmenujeme ji na větu.

Věta 1:

$(\forall n \in \mathbb{N}) F_1 + F_2 + F_3 + \dots + F_n = F_{n+2} - 1$

Závěr

V tomto článku jsme se snažili ukázat, jak experimentování může být použito jako metoda, která obohacuje výuku matematiky. Ukázali jsme, že experimentování je důležitou strategií, kterou může využít nejen profesionální matematik, když ve vědecké oblasti objevuje nové postupy a nová řešení, ale i žák nebo student, když se snaží vyřešit úkol nebo problém, k němuž dosud neznal postup řešení a výsledek. Na uvedených příkladech jsme ukázali schéma řešení problémů pomocí experimentování v rovině teoretické, jak je možné jej využít při výuce. Je důležité říci, že v celé fázi řešení problému je to stěžejní část, protože právě experimentováním lze objevit řešení tam, kde to jiným způsobem ještě neumíme.

V přírodních vědách je experimentování často jedinou možností, jak hledat postup k řešení nějakého problému nebo odpověď na zkoumanou otázku. I přesto, že odpověď nemusí být vůbec nalezena. V matematice jako exaktní vědě můžeme vyslovit hypotézu, po ní pomocí experimentování hledat řešení, následně hypotézu dokázat a nakonec vyslovit větu. Pro žáky střední školy je experimentování novou zkušeností, protože si mohou vyzkoušet, že mohou nové poznatky objevovat i sami.

Při experimentování ve třídě s žáky hraje velkou roli připravenost vhodných problémů pro žáky, jejich motivace a jejich praktická zkušenost s touto metodou. To je důležité, protože pokud pomocí experimentování už dokázali dříve nějaké problémy vyřešit, další podobné problémy už budou schopni řešit do větší míry sami. Na základě řešení podobných problémů studenti přenášejí, co se naučili na jednom problému, na řešení dalších, podobně strukturovaných problémů

V neposlední řadě je nutné říci, že studenti si při práci s experimentální výukou vyzkouší jiný přístup k matematice, kde se učí principy a řešení problémů sami objevovat. Získávají tak jiný

přístup k matematice, tvůrčí pohled, samostatné a inventivní uvažování. Tím si zlepší vztah k matematice a obecně zvýší kompetence k učení a k řešení problémů.

*Tento článok odporúča na publikovanie vo vedeckom časopise Mladá veda:
prof. RNDr. Jan Kopka, CSc.*

Použitá literatúra

1. CALDA, E., PETRÁNEK, O., ŘEPOVÁ, J. Matematika pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť. Praha: Prometheus, 2006. ISBN 80-7196-041-1.
2. POLÁK, J. Přehled středoškolské matematiky. Praha: Prometheus, 2008. ISBN 978-80-7196-356-1.
3. KOPKA, J. Umění řešit matematické problémy. Ústí n. Labem: UJEP, 2013. ISBN 978-80-903625-5-0.
4. KOPKA, J. Zkoumání ve školské matematice. Ružomberok: Katolícka Univerzita, 2005. ISBN 80-8084-064-4.
5. Odvárko, O. a kol.: Metody řešení matematických úloh. Praha, SPN 1990. ISBN 80-04-20434-1.
6. Eisenmann, P., Příbyl, J.: Systematické experimentování ve výuce matematiky, UJEP,
7. Lester, F., Charles, R. I.: *Teaching mathematics through problem solving*. Reston, VA: National Council for Teachers of Mathematics, 2003.
8. FROBISHER, L. Problems, Investigation and Investigative Approach. In: *Issue in Teaching Mathematics*. Cassel London 1994.