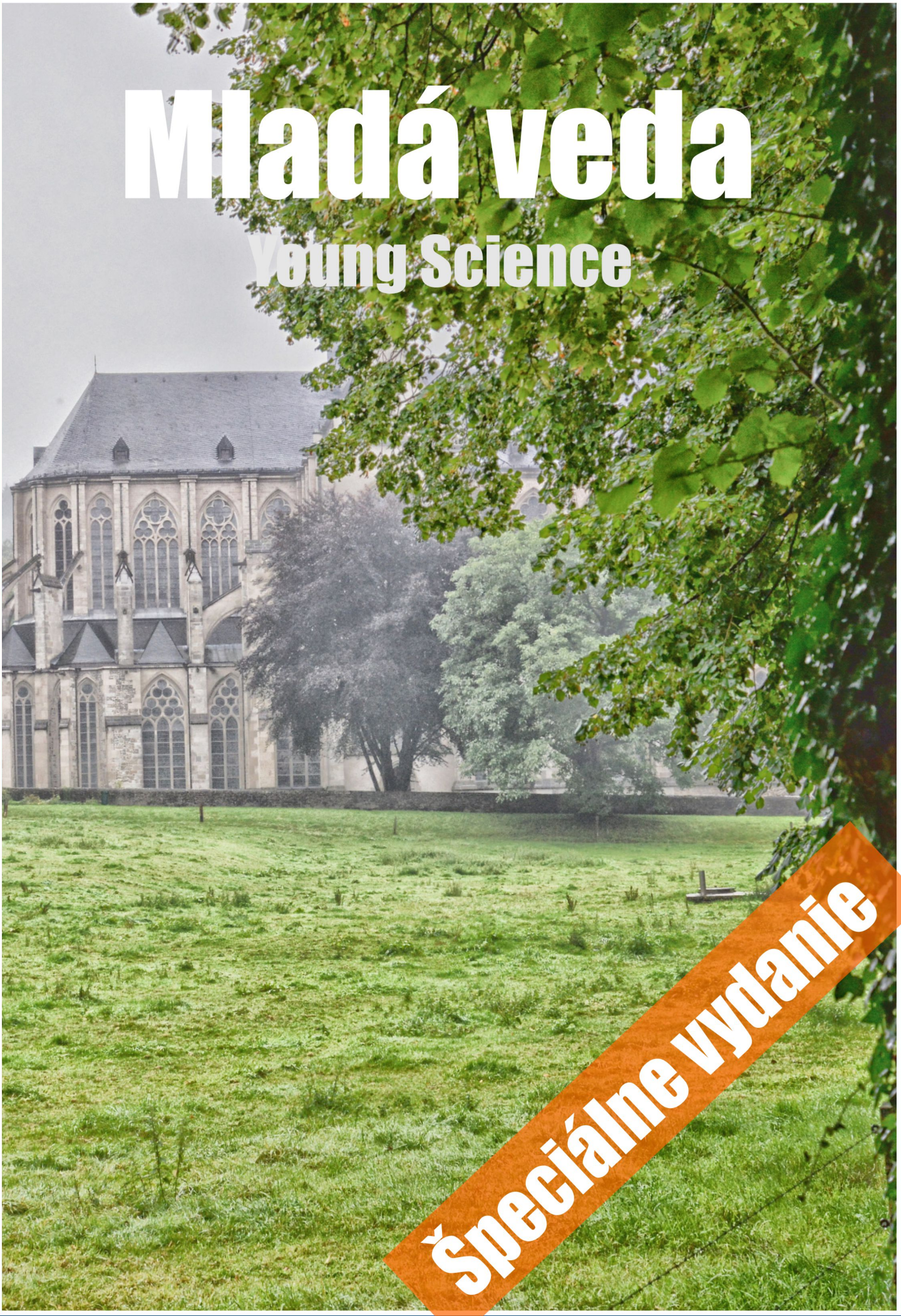
ISSN 1339-3189

September 2017

Mladá veda

Young Science



Špeciálne vydanie

www.mladaveda.sk

Mladá veda
Young Science

MEDZINÁRODNÝ VEDECKÝ ČASOPIS MLADÁ VEDA / YOUNG SCIENCE

September 2017 (číslo 4)
Ročník piaty
ISSN 1339-3189
Kontakt: info@mladaveda.sk, tel.: +421 908 546 716, www.mladaveda.sk
Fotografia na obálke: Altenberger Dom, Nemecko. © Branislav A. Švorc, foto.branisko.at

REDAKČNÁ RADA

doc. Ing. Peter Adamišin, PhD.(Katedra environmentálneho manažmentu, Prešovská univerzita, Prešov)
doc. Dr. Pavel Chromý, PhD. (Katedra sociální geografie a regionálního rozvoje, Univerzita Karlova, Praha)
prof. Dr. Paul Robert Magocsi (Chair of Ukrainian Studies, University of Toronto; Royal Society of Canada)
Ing. Lucia Mikušová, PhD. (Ústav biochémie, výživy a ochrany zdravia, Slovenská technická univerzita, Bratislava)
doc. Ing. Peter Skok, CSc. (Ekomos s. r. o., Prešov)
prof. Ing. Róbert Štefko, Ph.D. (Katedra marketingu a medzinárodného obchodu, Prešovská univerzita, Prešov)
prof. PhDr. Peter Švorc, CSc.,predseda (Inštitút histórie, Prešovská univerzita, Prešov)
doc. Ing. Petr Tománek, CSc. (Katedra veřejné ekonomiky, Vysoká škola báňská - Technická univerzita, Ostrava)

REDAKCIA

PhDr. Magdaléna Keresztesová, PhD. (Fakulta stredoeurópskych štúdií UKF, Nitra)
Mgr. Martin Hajduk (Inštitút histórie, Prešovská univerzita, Prešov)
RNDr. Richard Nikischer, Ph.D. (Ministerstvo pro místní rozvoj ČR, Praha)
Mgr. Branislav A. Švorc, PhD., šéfredaktor (Vydavateľstvo UNIVERSUM, Prešov)
PhDr. Veronika Trstianska, PhD. (Ústav stredoeurópskych jazykov a kultúr FSŠ UKF, Nitra)
Mgr. Veronika Zuskáčová (Geografický ústav, Masarykova univerzita, Brno)

VYDAVATEĽ

Vydavateľstvo UNIVERSUM, spol. s r. o.
www.universum-eu.sk
Javorinská 26, 080 01 Prešov
Slovenská republika

© Mladá veda / Young Science. Akékoľvek šírenie a rozmnožovanie textu, fotografií, údajov a iných informácií je možné len s písomným povolením redakcie.

Mladá veda
Young Science
ISSN 1339-3189

Vol. 5 (4), pp. 77-84

CARDANŮV MECHANISMUS JAKO VÁZANÝ EVOLUTIVNÍ SYSTÉM

CARDAN MECHANISM AS A BOUND EVOLUTIONARY SYSTEM

Petr Hrubý, Tomáš Náhlík, Dana Smetanová[1]

Petr Hrubý působí jako docent na Katedře strojírenství Ústavu technicko-technologického Vysoké školy technické a ekonomické v Českých Budějovicích v České republice. Ve svém výzkumu se věnuje problematice matematického modelování strojních součástí se zaměřením na dimenzování rotujících částí mechanismů strojů.
Tomáš Náhlík působí jako odborný asistent na Katedře informatiky a přírodních věd, Ústavu technicko-technologického, Vysoké školy technické a ekonomické v Českých Budějovicích v České republice. V rámci své odborné činnosti na pracovišti se věnuje problematice zpracování dat a analýze obrazu, aplikacím a výuce matematiky, fyziky a informatiky.
Dana Smetanová působí jako odborná asistentka na Katedře informatiky a přírodních věd, Ústavu technicko-technologického, Vysoké školy technické a ekonomické v Českých Budějovicích v České republice. Ve svém výzkumu se věnuje problematice variačního počtu, diferenciální geometrie a aplikacím.

Petr Hrubý works as an asociated profesor at the Department of Mechanical Engineering of the Faculty of Technology at the Institute of Technology and Bussines in České Budějovice in Czech Republic. Him research is devoted to problems of mathematical modeling of machine parts with focus on dimensioning of rotating parts of machine mechanisms.
Tomáš Náhlík is an assistant professor at the Department of Informatics and Natural Sciences, Faculty of Technology, Institute of Technology and Business in České Budějovice, Czech Republic. As part of his professional work at the workplace he deals with data processing and analysis of images, applications and teaching of mathematics, physics and informatics.
Dana Smetanová works as an assistant professor at the Department of Informatics and Natural Sciences of the Faculty of Technology at the Institute of Technology and Bussines in České Budějovice in Czech Republic. Her research is devoted to variational calculus, differential geometry and applications.

Abstract
Speed resonance of the Cardan coupling shafts is depended on the stiffness of the shaft edges. The paper describes a method to analyze transverse oscillations of the chain of Cardan coupling shafts, i. e. including a clutch and gearbox of the shaft. The method of the imaginary section is applied here to a system of transversely oscillating pliable bodies. The state

[1] Adresa pracoviště: doc. Ing. Petr Hrubý, CSc., Mgr. Tomáš Náhlík, Ph.D., RNDr. Dana Smetanová, Ph.D.
The Institute of Technology and Bussines, Okružní 517/10, 370 01 České Budějovice, Czech Republic,
E-mail: dochruby@mail.vstecb.cz, nahlik@mail.vstecb.cz, smetanova@mail.vstecb.cz

variables inside the individual shafts are solved using the transfer matrix method. The paper is focused on the determination of the speed resonance of the system.
Key words: shaft, bound system, speed resonance, transfer matrix

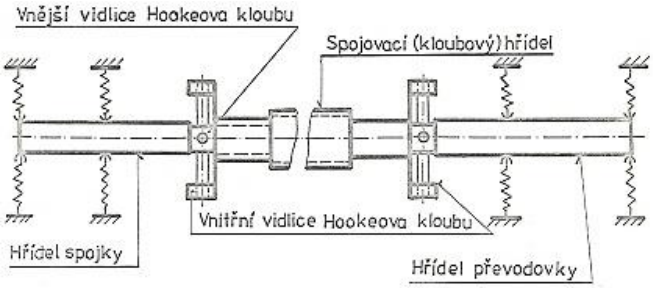
Abstrakt
Otáčkové rezonance spojovacích kloubových hřídelí Cardanova mechanismu jsou závislé na tuhosti uložení okrajů hřídele. V příspěvku je popsána metoda umožňující analyzovat příčné kmity řetězce hřídelí Cardanova mechanismu, tj. včetně hřídelí spojky a převodovky. Metoda myšleného řezu je zde aplikována na systém příčně kmitajících poddajných těles. Stavové veličiny uvnitř jednotlivých hřídelí jsou řešeny pomocí metody přenosových matic. Příspěvek je zaměřen na stanovení otáčkových rezonancí systému.
Klíčová slova: hřídel, vázaný systém, otáčková rezonance, přenosová matice

Úvod

Numerické experimenty ukázaly značnou citlivost vlastních frekvencí relativních příčných kmitů, a tedy i otáčkových rezonancí, na tuhosti uložení okrajů kloubového hřídele. Připomeňme, že za otáčkové rezonance považujeme stav systému, kdy se vlastní frekvence relativních příčných kmitů právě rovnají úhlové rychlosti unášivé rotace kloubového hřídele. Se zmenšující se tuhostí uložení vlastní frekvence výrazně klesají. Je proto zapotřebí opustit předpoklad staticky chápané tuhosti uložení okraje kloubového hřídele a řešit příčné kmitání celého systému, tj. hřídel spojky – kloubový hřídel – hřídel převodovky.

Relativní ohybově-krouživé kmitání systému hřídelí Cardanova mechanismu

Pro řešení vlastních frekvencí při malých úhlech zlomu Cardanova mechanismu přijmeme dynamický model podle obr. 1



Obr. 1
Zdroj: vlastní

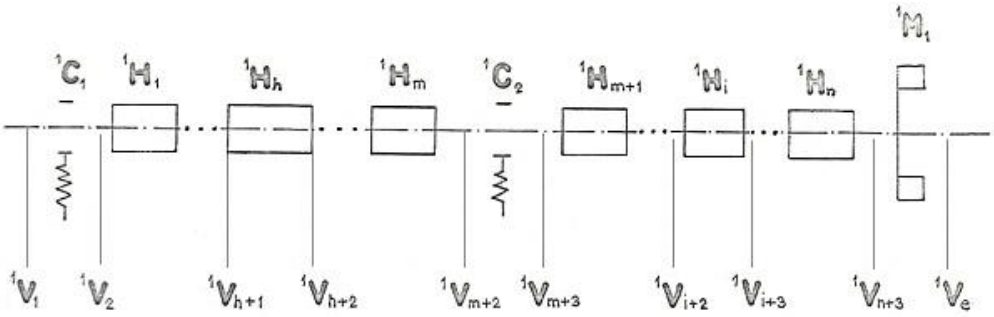
Nejenom vlastní spojovací hřídel, ale i hřídel spojky a hřídel převodovky chápeme jako ohybově kmitající jednorozměrné kontinuum. V reálném pohonu jsou hřídele spojky a převodovky vázány k rámu prostřednictvím valivých, nejčastěji kuličkových ložisek. Poddajnost ložisek v radiálním směru respektujeme v dynamickém modelu prostřednictvím izotropního pružného posuvného uložení hřídelů. Tuhost ložiska chápeme staticky a stanovíme ji z přemístění středu ložiska pod účinkem známé síly běžnými výpočetními postupy. Nechť soustava koná ustálené kombinované ohybově-krouživé kmitání v rotujícím

prostoru (viz Hrubý a Kleisnerová 2014) tak, že je možno vektor stavu v libovolném řezu vyjádřit ve tvaru

$$\mathbf{V}\,(x, t) = \mathbf{V}\,(x)\, e^{i\Omega t} \quad . \tag{1}$$

Soustavu pak můžeme rozdělit na základní články, popsané přenosovými maticemi. Značení veličin je zřejmé z obr. 2, obr. 3, obr. 4. Příslušnost článku k jednomu ze tří hřídelů budeme rozlišovat indexem vlevo nahoře. Indexy 1, 2, 3 přísluší v uvedeném pořadí hřídeli spojky, spojovacímu hřídeli, hřídeli převodovky.

Přenosová matice hřídele spojky



Obr. 2
Zdroj: vlastní

Pro okrajové vektory stavu hřídele spojky platí:

$$^{1}\mathbf{V}_1 = [\,^{1}\mathbf{Y}_1, \,^{1}\mathbf{Z}_1\,]\,,\ ^{1}\mathbf{V}_e = [\,^{1}\mathbf{Y}_e\,, \,^{1}\mathbf{Z}_e\,]\ \ , e = n + 4, \tag{2}$$

kde

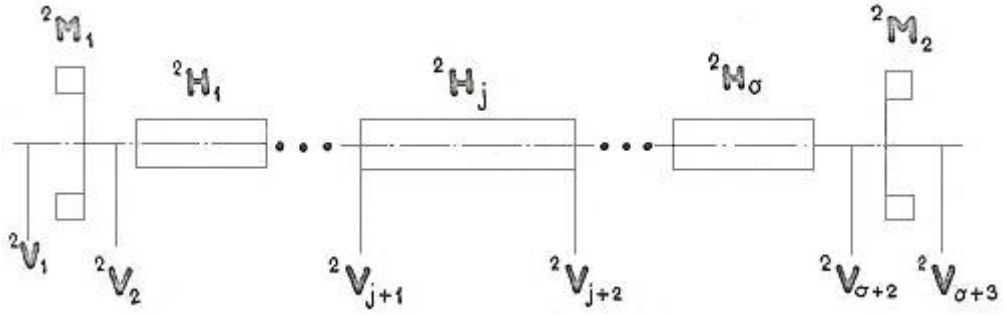
$$^{1}\mathbf{Y}_1 = \begin{bmatrix} ^{1}y_1(0) \\ ^{1}y_1'(0) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \ ^{1}\mathbf{Z}_1 = \begin{bmatrix} ^{1}z_1(0) \\ ^{1}z_1'(0) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \ ^{1}\mathbf{Y}_e = \begin{bmatrix} ^{1}y_n(l_n) \\ ^{1}y_n'(l_n) \\ 0 \\ -^{1}Q_{yn+4} \end{bmatrix}, \ ^{1}\mathbf{Z}_e = \begin{bmatrix} ^{1}z_n(l_n) \\ ^{1}z_n'(l_n) \\ 0 \\ -^{1}Q_{zn+4} \end{bmatrix} . \tag{3}$$

Přenosovou matici hřídele spojky,

$$^{1}\mathbf{P} = \begin{bmatrix} ^{1}\mathbf{P}_y\,, & 0 \\ 0\,, & ^{1}\mathbf{P}_z \end{bmatrix}\ , \ \text{kde}\ ^{1}\mathbf{P}_y = \,^{1}\mathbf{P}_z = [\,^{1}p_{rs}]_1^4\ , \tag{4}$$

získáme postupným maticovým násobením podle předpisu:

$$^{1}\mathbf{P} = \,^{1}\mathbf{M}_1 \cdot \,^{1}\mathbf{H}_n \ldots \,^{1}\mathbf{H}_i \ldots \,^{1}\mathbf{H}_{m+1} \cdot \,^{1}\mathbf{C}_2 \cdot \,^{1}\mathbf{H}_m \ldots \,^{1}\mathbf{H}_n \ldots \,^{1}\mathbf{H}_1 \cdot \,^{1}\mathbf{C}_1\ \ . \tag{5}$$



Obr. 3
Zdroj: vlastní

Přenosová matice spojovacího hřídele
Okrajové vektory stavu spojovacího hřídele mají tvar:

$$^2\mathbf{V}_1 = [^2\mathbf{Y}_1, {}^2\mathbf{Z}_1], \; ^2\mathbf{V}_f = [^2\mathbf{Y}_f, {}^2\mathbf{Z}_f], \; f = o + 3, \tag{6}$$

kde

$$^2\mathbf{Y}_1 = \begin{bmatrix} ^1y_n(l_n) \\ ^2y_1'(0) \\ 0 \\ -^1Q_{ye} \end{bmatrix}, \; ^2\mathbf{Z}_1 = \begin{bmatrix} ^1z_n(l_n) \\ ^2z_1'(0) \\ 0 \\ -^1Q_{ze} \end{bmatrix}, \; \mathbf{Y}_f = \begin{bmatrix} ^2y_o(l_o) \\ ^2y_o'(l_o) \\ 0 \\ -^2Q_{yf} \end{bmatrix}, \; \mathbf{Z}_f = \begin{bmatrix} ^2z_o(l_o) \\ ^2z_o'(l_o) \\ 0 \\ -^2Q_{zf} \end{bmatrix}. \tag{7}$$

Přenosovou matici spojovacího hřídele

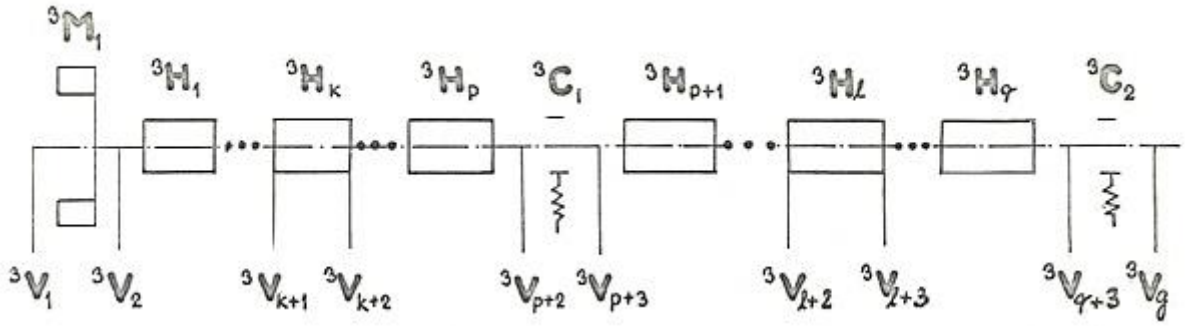
$$^2\mathbf{P} = \begin{bmatrix} ^2\mathbf{P}_y, & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}, & ^2\mathbf{P}_z \end{bmatrix}, \text{ kde } ^2\mathbf{P}_y = {}^2\mathbf{P}_z = [^2p_{rs}]_1^4 \tag{8}$$

získáme podle vztahu

$$^2\mathbf{P} = {}^2\mathbf{M}_2 \cdot {}^2\mathbf{H}_o \ldots {}^2\mathbf{H}_j \ldots {}^2\mathbf{H}_1 \cdot {}^2\mathbf{M}_1 \; . \tag{9}$$

Přenosová matice hřídele převodovky
Pro okrajové vektory stavu hřídele převodovky (viz obr. 4) platí:

$$^3\mathbf{V}_1 = [^3\mathbf{Y}_1, {}^3\mathbf{Z}_1], \; ^3\mathbf{V}_g = [^3\mathbf{Y}_g, {}^3\mathbf{Z}_g], \; g = q + 4, \tag{10}$$



Obr. 4
Zdroj: vlastní

kde

$$^3\mathbf{Y}_1 = \begin{bmatrix} ^2y_o(l_o) \\ ^3y_1'(0) \\ 0 \\ -^2Q_{yf} \end{bmatrix}, \; ^3\mathbf{Z}_1 = \begin{bmatrix} z_o(l_o) \\ ^3z_1'(0) \\ 0 \\ -^2Q_{yf} \end{bmatrix}, \; ^3\mathbf{Y}_g = \begin{bmatrix} ^3y_q(l_q) \\ ^3y_q'(l_q) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \; ^3\mathbf{Z}_g = \begin{bmatrix} ^3z_q(l_q) \\ ^3z_q'(l_q) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{11}$$

Přenosová matice hřídele převodovky,

$$^3\mathbf{P} = \begin{bmatrix} ^3\mathbf{P}_y, & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}, & ^3\mathbf{P}_z \end{bmatrix}, \text{ kde } ^3\mathbf{P}_y = {}^3\mathbf{P}_z = [^3p_{rs}]_1^4, \tag{12}$$

je určena vztahem

$$^3\mathbf{P} = {}^3\mathbf{C}_2 \cdot {}^3\mathbf{H}_q \ldots {}^3\mathbf{H}_l \ldots {}^3\mathbf{H}_{p+1} \cdot {}^3\mathbf{C}_1 \cdot {}^3\mathbf{H}_p \ldots {}^3\mathbf{H}_k \ldots {}^3\mathbf{H}_1 \cdot {}^3\mathbf{M}_1 . \tag{13}$$

Odvození frekvenční rovnice systému

Okrajové vektory stavu jednotlivých hřídelů jsou spolu vázány vztahy:

$$^1\mathbf{V}_e = {}^1\mathbf{P} \cdot {}^1\mathbf{V}_1, \; ^2\mathbf{V}_f = {}^2\mathbf{P} \cdot {}^2\mathbf{V}_1, \; ^3\mathbf{V}_g = {}^3\mathbf{P} \cdot {}^3\mathbf{V}_1 . \tag{14}$$

Předchozí vztahy vyjádříme pomocí odpovídajících okrajových subvektorů a přenosových submatic. Po provedení maticového násobení získáme vztahy mezi okrajovými subvektory stavu jednotlivých hřídelů:

$$\begin{aligned} &^1\mathbf{Y}_e = {}^1\mathbf{P}_y \cdot {}^1\mathbf{Y}_1, \; ^1\mathbf{Z}_e = {}^1\mathbf{P}_z \cdot {}^1\mathbf{Z}_1, \; ^2\mathbf{Y}_f = {}^2\mathbf{P}_y \cdot {}^2\mathbf{Y}_1, \; ^2\mathbf{Z}_f = {}^2\mathbf{P}_z \cdot {}^2\mathbf{Z}_1, \\ &^3\mathbf{Y}_g = {}^3\mathbf{P}_y \cdot {}^3\mathbf{Y}_1, \; ^3\mathbf{Z}_g = {}^3\mathbf{P}_z \cdot {}^3\mathbf{Z}_1 . \end{aligned} \tag{15}$$

Dosazením subvektorů (3), (7), (5.2) do vztahů (15) po provedení maticového násobení obdržíme dvě soustavy lineárních homogenních rovnic o stejných determinantech soustavy. Zabývejme se tedy dále pouze soustavou rovnic, kterou získáme rozepsáním subvektorů

v rovině x, y. Jedná se o soustavu dvanácti homogenních rovnic pro neznámé: ${}^1y_1(0)$, ${}^1y_1'(0)$, ${}^1y_n(l_n)$, $y_n'(l_n)$, ${}^1Q_{ye}$,${}^2y_1'(0)$, ${}^2y_o(l_o)$, ${}^2y_o'(l_o)$, ${}^2Q_{yf}$, ${}^3y_1'(0)$, ${}^3y_q(l_q)$, ${}^3y_q'(l_q)$, kterou zapíšeme v maticovém tvaru

$$\mathbf{F} \cdot \overline{\mathbf{V}} = \mathbf{0}. \tag{16}$$

Vektor $\overline{\mathbf{V}}$ jsme zavedli ve tvaru

$$\overline{\mathbf{V}} = \lceil {}^1y_n(l_n)\,, {}^1y_n'(l_n)\,, {}^1Q_{yn}(l_n)\,, {}^1y_1(0)\,, {}^1y_1'(0)\,, {}^2y_o(l_o)\,, \\ {}^2y_o'(l_o)\,, {}^2Q_{yo}(l_o)\,, {}^2y_1'(0)\,, {}^3y_q(l_q)\,, {}^3y_q'(l_q)\,, {}^3y_1'(0)\rceil \tag{17}$$

Matice soustavy, $\mathbf{F} = [f_{rs}]_1^{12}$, má potom nenulové následující prvky:

$$\begin{aligned}
&f_{1,1} = 1,\ f_{5,1} = -\,{}^2p_{1,1}\,,\ f_{7,1} = {}^2p_{3,1}\,,\ f_{8,1} = -\,{}^2p_{4,1}\,,\ f_{2,2} = 1,\ f_{6,2} = -\,{}^2p_{2,1}\,,\\
&f_{4,3} = 1,\ f_{5,3} = {}^2p_{1,4}\,,\ f_{6,3} = {}^2p_{2,4}\,,\ f_{7,3} = {}^2p_{3,4}\,,\ f_{8,3} = {}^2p_{4,4}\,,\ f_{1,4} = -\,{}^1p_{1,1}\,,\\
&f_{2,4} = -\,{}^1p_{2,1}\,,\ f_{3,4} = {}^1p_{3,1}\,,\ f_{4,4} = {}^1p_{4,1}\,,\ f_{1,5} = -\,{}^1p_{1,2}\,,\ f_{2,5} = -\,{}^1p_{2,2}\,,\ f_{3,5} = {}^1p_{3,2}\,,\\
&f_{4,5} = {}^1p_{4,2}\,,\ f_{5,5} = -\,{}^2p_{1,2}\,,\ f_{5,6} = 1,\ f_{9,6} = -\,{}^3p_{1,1}\,,\ f_{10,6} = -\,{}^3p_{2,1}\,,\\
&f_{11,6} = -\,{}^3p_{3,1}\,,\ f_{12,6} = -\,{}^3p_{4,1}\,,\ f_{6,7} = 1,\ f_{8,8} = -1,\ f_{9,8} = {}^3p_{1,4}\,,\\
&f_{10,8} = {}^3p_{2,4}\,,\ f_{11,8} = {}^3p_{3,4}\,,\ f_{12,8} = {}^3p_{4,4}\,,\ f_{6,9} = -\,{}^2p_{2,2}\,,\ f_{7,9} = {}^2p_{3,2}\,,\\
&f_{8,9} = -\,{}^2p_{4,2}\,,\ f_{9,10} = 1,\ f_{10,11} = 1,\ f_{9,12} = -\,{}^3p_{1,2}\,,\ f_{10,12} = -\,{}^3p_{2,2}\,,\\
&f_{11,12} = -\,{}^3p_{3,2}\,,\ f_{12,12} = -\,{}^3p_{4,2}\,.
\end{aligned} \tag{18}$$

Jak je zřejmé z předchozích vztahů, obsahuje matice soustavy prvky přenosových matic jednotlivých hřídelů soustavy (Cardanova mechanismu), které jsou složitými funkcemi neznámé vlastní frekvence Ω, neboť vznikly jako produkty opakovaného vícenásobného maticového násobení jednotlivých článků uvažovaného řetězce. Analytické řešení charakteristické rovnice není možné. Pro řešení použijeme jednoduchou numerickou metodu popsanou v Hrubý a Kleisnerová (2014).
Vlastní frekvence budeme hledat jako nulové body determinantu matice soustavy

$$\det \mathbf{F} = 0. \tag{19}$$

Metoda řešení frekvenční rovnice
Frekvenční rovnice, kterou získáme z podmínky netriviálního řešení soustavy (16), má tvar

$$\det \mathbf{F} = 0. \tag{20}$$

Frekvenční determinant det $\mathbf{F}$ = D(Ω) je složitou funkcí frekvence Ω. Vlastní frekvence soustavy nacházíme jako kořeny nelineární algebraické rovnice D(Ω) = 0. Kořeny této rovnice (kterých je vzhledem k fyzikální podstatě problému nekonečně mnoho) nacházíme pouze v intervalu (Ω_{min} , Ω_{max}). V tomto intervalu počítáme funkční hodnoty funkce D(Ω) v bodech Ω_{min}+ jΔΩ, j = 0, 1, 2, … Jestliže mezi dvěma sousedními body nastane změna

signa funkce D(Ω), znamená to, že mezi těmito body leží lichý počet vlastních frekvencí; kdežto mezi body, kde ke změně signa nedochází, leží sudý počet vlastních frekvencí (za sudé číslo považujeme i číslo nula). Pro případy neblízkých vlastních frekvencí postačí jako krok vzít řádově setinu až tisícinu délky frekvenčního intervalu Ω_{max} - Ω_{min}. Vlastní frekvence je možné počítat s požadovanou přesností ε. Jestliže změna signa funkce D(Ω) nastala při přechodu od Ω_{min}+ jΔΩ k Ω_{min}+ (j+1)ΔΩ, pak interval < Ω_{min}+ jΔΩ; Ω_{min} + (j+1)ΔΩ > procházíme s krokem rovným ΔΩ/10. Proces upřesňování se ukončí, je-li pro dané číslo ε < 1 splněno

$$\left[\frac{D(\Omega)}{D(\Omega_{min})}\right] < \varepsilon \,. \tag{21}$$

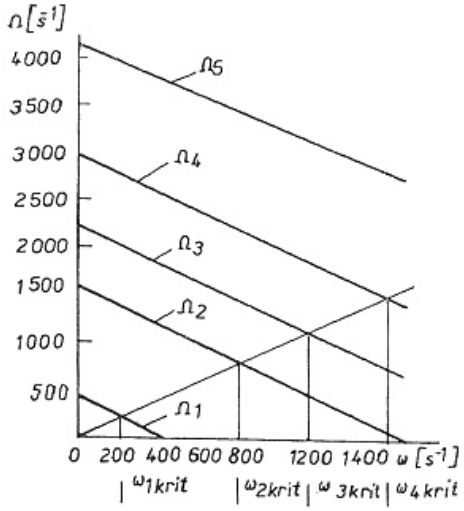
Za vlastní frekvenci je pak vzata hodnota levého krajního bodu intervalu nejmenší délky, kde došlo ke změně signa frekvenčního determinantu. Pro danou frekvenci Ω se frekvenční determinant počítá pomocí procedury DET (Ω, D), kde formální parametr Ω má význam vlastní frekvence a parametr D význam hodnoty frekvenčního determinantu pro tuto frekvenci. Parametry, se kterými pracujeme, Ω a $\overline{\Omega}$, jsou okamžité frekvence vzdálené od sebe obecně o $\Delta\overline{\Omega} = \Delta\Omega/10^{i}$ pro i = 0, 1, 2 …D a $\overline{D}$ jsou hodnoty frekvenčního determinantu po řadě pro frekvence Ω a $\overline{\Omega}$. Parametr D_{min} je hodnota frekvenčního determinantu pro frekvenci Ω_{min}. Parametr $\overset{\circ}{\Omega}$ má význam vyšší frekvence, u níž při původním kroku ΔΩ nastala změna znaménka funkce D (Ω). Výstupním parametrem jsou vzestupně řazené vlastní frekvence relativního příčného kmitání v uvedeném intervalu, nalezené se zadanou přesností.

Otáčkové rezonance systému

Dojde-li ke vzniku kombinovaného ohybově-krouživého kmitání, koná kloubový hřídel relativní prostorové ohybové kmity v systému rotujícím konstantní úhlovou rychlostí ω.
Vlastní frekvence relativního prostorového ohybového kmitání závisí na úhlové rychlosti unášivé rotace rotujícího systému. Pro soustavu je kritický stav, kdy je vlastní frekvence relativního kmitání právě rovna hodnotě úhlové rychlosti unášivé rotace

$$\omega_{krit} = \omega = \Omega\,(\omega). \tag{22}$$

Nejprve stanovíme vlastní frekvence relativního kmitání. Změnou parametru ω v datovém souboru programu získáme hodnoty $\Omega_i = (\omega_i)$ ve zvolených bodech ω_i a vyneseme křivky $\Omega_i = \Omega_i(\omega)$. Hodnoty kritických úhlových rychlostí získáme jako průsečíky křivek $\Omega_i = \Omega_i(\omega)$ s přímkou Ω = ω (obr. 5). Vlastní frekvence relativního prostorového ohybového kmitání získáme metodou přenosových matic.



Obr. 5
Zdroj: Hrubý a Kleisnerová (2014)

Závěr

Numerické experimenty prováděné pomocí matematického modelu vlastního spojovacího hřídele ukázaly značnou závislost frekvenčního spektra relativních příčných kmitů na parametrické změně tuhosti uložení okrajů spojovacího hřídele, a to zejména v oblasti konstrukčních parametrů běžně provozovaných a nově vyvíjených vozidel. Připomeňme, že pohon vozidla musí bezpodmínečně pracovat v oblasti pod kritickými otáčkami v celém rozsahu provozních otáček (viz Hrubý 1981). V opačném případě dochází ke ztrátě funkce spojovacího hřídele v důsledku trvalých ohybových deformací. V článku je popsána metoda umožňující řešit úlohu vlastní dynamiky systému hřídelí Cardanova mechanismu, který v ustáleném stavu představuje vázaný evolutivní systém. Metoda umožňuje vypočítat vlastní frekvence relativních příčných kmitů systému hřídelí a následně z diagramu vyhodnotit otáčkové rezonance systému. Pro systém je kritický stav, kdy se vlastní kruhové frekvence relativních příčných kmitů právě rovnají úhlové rychlosti unášivé rotace systému hřídelí.

Tento článok odporúčal na publikovanie vo vedeckom časopise Mladá veda:
Prof. RNDr. Josef Mikeš, DrSc.

Autoři děkují za podporu výzkumu projektu TAČR č. TA04010579.

Použitá literatura

1. HRUBÝ, P., 1981. *Ohybově-krouživé kmitání hřídelů v pohonech s klouby*. Kandidátská disertační práce. Plzeň: VŠSE.
2. HRUBÝ, P. a L. KLEISNEROVÁ, 2014. Kritické otáčky hřídelů. In *MMK 2014: sborník příspěvků*. 1. vyd. Hradec Králové: Magnanimitas. s. 3923-3931, 9 s. ISBN 978-80-87952-07-8.